

افزایش دقت سیستم ناوبری تلفیقی INS/GPS برای هواپیماهای بدون سرنشین با استفاده از فیلتر کالمن تعمیم یافته هیبریدی و مقایسه عملکرد آن با فیلتر ذره‌ای و فیلتر کالمن تعمیم یافته

سیروس طلایی^{۱*}، سید محمد عماد اولیائی^۲، علیرضا تقوی^۳

^{۱و۲و۳} دانشگاه هوافضای عاشورا، تهران

چکیده

توسعه هواپیماهای بدون سرنشین و کاربردهای آنها به ویژه در حوزه نظامی روز به روز در حال افزایش است. یکی از مباحثی که در هواپیماهای بدون سرنشین بسیار حائز اهمیت است، ناوبری سبک (کم حجم)، ارزان قیمت با دقت بالا است، از این رو در این مقاله به تلفیق اطلاعات سیستم ناوبری اینرسی و سیستم موقعیت‌یابی جهانی پرداخته شده است. از رایج‌ترین روش‌های تلفیق اطلاعات این دو سیستم، استفاده از فیلتر کالمن است، اما به دلیل رفتار غیرخطی، به جهت افزایش دقت سیستم ناوبری تلفیقی از فیلترهای غیرخطی استفاده می‌کند. در این مقاله، با استفاده از فیلتر کالمن تعمیم یافته هیبریدی یک الگوریتم برای تخمین خطای ناوبری و خطای حسگرها و GPS طراحی شده است. همچنین در این پژوهش، مشاهده‌پذیری مدل فضای حالت سیستم با دو رویکرد خطی و غیرخطی نیز بررسی شده است. نتایج بدست آمده نشان دهنده برتری روش پیشنهادی از لحاظ حجم محاسبات، زمان محاسبات، دقت نسبت به روش‌های فیلتر ذره‌ای و فیلتر کالمن تعمیم یافته زمان گسسته می‌باشد؛ بنابراین این روش می‌تواند در ناوبری تلفیقی INS/GPS به‌طور گسترده مورد استفاده قرار گیرد و در کاربردهای نظامی دقت ناوبری مناسبی را فراهم می‌کند.

واژگان کلیدی: سیستم ناوبری اینرسی، سیستم ناوبری تلفیقی، سیستم موقعیت‌یابی جهانی، فیلتر ذره‌ای، فیلتر کالمن تعمیم یافته، فیلتر کالمن تعمیم یافته هیبریدی، مشاهده‌پذیری

۱- مقدمه

سیستم ناوبری اینرسی، موقعیت، سرعت و وضعیت یک جسم پرنده را نسبت به دستگاه مرجع با استفاده از خروجی‌های واحد اندازه‌گیری اینرسی (شامل شتاب سنج‌ها و ژيروسکوپ‌ها) محاسبه می‌کند [۱]. مزیت اصلی سیستم ناوبری اینرسی، بی‌نیازی از تجهیزات زمینی، پنهان ماندن از دید دشمن به دلیل عدم تبادل اطلاعات با دنیای خارج و نرخ بالای نمونه‌برداری می‌باشد. مهم‌ترین عیب اصلی این سیستم ناوبری، افزایش خطای آن با گذشت زمان می‌باشد. این افزایش خطا موجب انحراف زیاد جسم می‌شود [۱۷]. در سیستم موقعیتیابی جهان برخلاف سیستم ناوبری اینرسی با هر بار محاسبه مکان، خطا در طول ناوبری محدود می‌ماند و دقت بلند مدت خوبی دارد، اما نسبت به واحد اندازه‌گیری اینرسی دارای پهنای باند کمتری می‌باشد. لذا با توجه به مزایا و معایب دو سیستم درمی‌یابیم که این دو سیستم مکمل یکدیگر هستند و تلفیق آن‌ها خطای ناوبری را کاهش می‌دهد [۲۳].

در سال‌های اخیر، الگوریتم‌های تخمین مبتنی بر ناوبری یکپارچه برای سیستم‌های مختلف زمینی، دریایی و هوایی به‌طور گسترده توسعه یافته‌اند. یکی از رایج‌ترین الگوریتم‌های تخمین در تلفیق اطلاعات، فیلتر کالمن می‌باشد. فیلتر کالمن در حدود ۵۰ سال پیش با هدف استفاده در مأموریت‌های سفر به ماه در ناسا توسعه داده شد و بعدها به سرعت در زمینه‌های بسیار گسترده‌ای از جمله شناسایی سیستم‌ها و الگوریتم‌های تخمین به کار گرفته شد. علی‌رغم اینکه آقای پیتر سورلینگ، الگوریتم مشابهی را قبلاً ساخته و ارائه کرده بود، نام این فیلتر از نام مخترع آن، آقای رودلف کالمن گرفته شده است که در سال ۱۹۶۰ میلادی این دستاورد را به دنیا معرفی کرد [۱]. بعدها ویکاس کومار از روش فیلتر کالمن در سیستم ناوبری تلفیقی به نتایج خوبی دست یافت [۲]. در مرجع [۳] تلفیق اطلاعات INS/GPS با استفاده از اندازه‌گیری شبه فاصله‌ها توسط گیرنده GPS² انجام شده است. عمده توجه این گزارش انجام تلفیق با دقت خوب در صورت کاهش تعداد ماهواره‌های GPS می‌باشد. در مرجع [۴] با کم‌ک دو فیلتر کالمن تلفیق اطلاعات انجام شده است. در این مرجع فیلتر اول برای تخمین حالت‌های اندازه‌گیر GPS طراحی شده است، در نهایت با کمک فیلتر دوم تلفیق اطلاعات صورت می‌پذیرد. همچنین در این مرجع مقایسه‌ای بین الگوریتم حداقل مربعات و فیلتر طراحی شده، صورت گرفته است. در مرجع [۵] تلفیق INS/GPS با معرفی روش فازی برای تطبیق مقادیر اولیه فیلتر کالمن در یک AUV ارائه شده است. در مرجع [۶] از دو گیرنده GPS برای افزایش دقت مشاهدات در یک هواپیمای جت استفاده شده است. در مرجع [۷] روش طراحی فیلتر کالمن تطبیقی برای تلفیق INS/GPS ارائه شده است. عمده توجه این گزارش به عملکرد بهتر تلفیق با فیلتر تطبیقی نسبت به حالتی است که فقط GPS یا INS داریم. در این مرجع [۸] اندازه‌گیر ناوبری اینرسی MEMS³ برای تلفیق اطلاعات با GPS استفاده شده است. در این گزارش مقایسه‌ای میان اندازه‌گیرهای اینرسی در تلفیق اطلاعات از جهت تکنولوژی ساخت صورت گرفته است. الگوریتم تطبیقی برای محاسبه صحیح کواریانس سیگنال ابداع و بهره فیلتر کالمن در مرجع [۹]

ارائه شده و نشان داده است که این روش برای مواردی که تغییراتی در ویژگی نویز اندازه‌گیری وجود داشته باشد، مناسب است.

فیلتر کالمن در ابتدا تنها برای سیستم‌های خطی و نویزهای با توزیع خطای گوسی بود، اما در طول این چند دهه دچار تغییر و تحولات مختلفی شد. به عنوان مثال یکی از مشهورترین نمونه‌های فیلتر کالمن، فیلتر کالمن توسعه یافته است که قادر به تخمین حالت‌های سیستم‌های غیرخطی است [۱۲-۱۰]. در مرجع [۱۴، ۱۳] کوکمن و طالبی نشان دادند که توسط فیلتر کالمن غیرخطی بهینه می‌توان موقعیت، سرعت، خطای وضعیت و خطای اینرسی و GPS را تخمین زد. با توجه به این روش می‌توان از دیتاهای فیدبک سرعت به جای GPS در ترکیب با ناوبری اینرسی و در فضای فیلتر کالمن استفاده نمود. همچنین کوکمن و اسکالود در [۱۳، ۱۵] روشی برای بهینه نمودن سیستم‌های ناوبری با استفاده از فیلتر کالمن غیرخطی در تجهیزات هوایپایه بر اساس تلفیق اطلاعات INS/GPS ارائه و توسعه دادند. در مرجع [۱۶] فیلتر غیرخطی بهینه برای کاهش و بهینه نمودن خطاها استفاده شده است.

در عمل فیلتر کالمن توسعه‌یافته دارای محدودیت کارایی می‌باشد. یکی از این محدودیت‌ها در نظر گرفتن نویز فرآیند و اندازه‌گیری به صورت گوسی است. بدیهی است که این فرض همیشه برقرار نیست؛ بنابراین این مسئله می‌تواند به‌طور جدی بر عملکرد الگوریتم تأثیرگذار باشد و یا حتی منجر به واگرایی تخمین شود [۱۶]. محدودیت دیگر این است که متأسفانه ماتریس‌های ژاکوبین پیچیده‌اند و ممکن است باعث ناپایداری سیستم شوند [۱۷]. مشکل دیگر فیلتر کالمن تعمیم‌یافته این است که نیاز به یک مدل دقیق تصادفی از خطای سنسورهای اینرسی دارد که در مورد IMU^4 های ارزان قیمت، این مدل کردن بسیار دشوار می‌باشد [۱۸].

در سال‌های اخیر به منظور دستیابی به الگوریتم‌های بهتر برای پوشش دادن معایب فیلتر کالمن توسعه‌یافته مطالعات زیادی انجام گرفته است. در این خصوص فیلترهای مبتنی بر نمونه‌گیری یعنی PF و UKF توسعه یافته‌اند. در این فیلترها، از ذرات اولیه‌ای که به‌طور کاملاً تصادفی تولید می‌شوند، برای تخمین استفاده می‌شود. لذا باید تعداد این ذرات بسیار زیاد باشند تا تخمین دقت قابل قبولی داشته باشد. در مرجع [۱۹] برای اولین بار تلفیق اطلاعات INS/GPS با استفاده از فیلتر ذره‌ای تصویرگر انجام شده است. Georgy و همکارانش در مرجع [۲۰] نشان دادند که در تلفیق INS/GPS، فیلتر ذره‌ای بهتر از فیلتر کالمن عمل می‌کند. در مرجع [۲۱] Zhou و همکاران فیلتر ذره‌ای AUPF را برای تلفیق INS/GPS پیشنهاد دادند و نتایج آن را با AUKF و AEKF مقایسه کردند و نشان دادند که AUPF دارای عملکرد بهتری است. در مرجع [۲۲] برای تلفیق اطلاعات INS/GPS از فیلتر ذره‌ای استفاده کرد و همچنین بدون از دست دادن دقت فیلتر، با افزایش سرعت در این فیلتر مسئله‌ی انحطاط ذرات را حل نمود. لازم به ذکر است که در هیچ کدام یک از کارهای انجام شده، به بررسی مشاهده‌پذیری مدل فضای حالت سیستم ناوبری تلفیقی INS/GPS پرداخته نشده است.

در این پژوهش، به تخمین سرعت، موقعیت و وضعیت جسم پرنده با استفاده از فیلترهای کالمن تعمیم‌یافته هیبریدی، تعمیم‌یافته زمان‌گسسته و ذره‌ای پرداخته شده و عملکرد تخمین‌گرها با هم

مقایسه شده است. با انتخاب تعداد ذرات مناسب و ۱۰۰ اجرای مونت کارلو، فیلتر ذره‌ای نسبت به مرجع [۲۱] موقعیت را با دقت بهتری تخمین زده و تأثیر قابل توجه‌ای در کاهش خطای ناوبری داشته است. با استفاده از فیلتر کالمن تعمیم‌یافته هیبریدی یک الگوریتم برای تخمین موقعیت، سرعت و وضعیت جسم پرنده طراحی شده است. حجم محاسبات این روش نسبت به فیلتر ذره‌ای کمتر است. همچنین در این تخمین‌گر سیستم‌هایی با دینامیک پیوسته و اندازه‌گیری‌های گسسته در نظر گرفته می‌شود، که در واقع این حالت شایع‌ترین وضعیتی است که در عمل با آن مواجه هستیم. این ویژگی تخمین‌گر باعث شده است که در مواجهه با این گونه سیستم‌ها نسبت به فیلتر کالمن تعمیم‌یافته زمان‌گسسته هم دارای عملکرد بهتری باشد. با توجه به آن که یکی از مسائل مهم در تخمین حالت‌های یک سیستم، تحلیل مشاهده‌پذیری است، برای این منظور در این مقاله مشاهده‌پذیری مدل فضای حالت سیستم ناوبری با استفاده از دو روش مبتنی بر تقریب خطی و مشتقات لی مورد بررسی قرار گرفته است.

ساختار این مقاله به‌صورت زیر تنظیم شده است: در بخش دوم ناوبری اینرسی، انواع روش‌های تلفیق اطلاعات و معادلات ناوبری در دستگاه جغرافیایی به‌صورت مختصر ارائه می‌گردد. در بخش سوم، الگوریتم فیلتر ذره‌ای، فیلتر کالمن تعمیم‌یافته و فیلتر کالمن تعمیم‌یافته هیبریدی بیان می‌شود. در بخش چهارم مشاهده‌پذیری مدل فضای حالت سیستم بررسی شده است. همچنین نتایج شبیه‌سازی حاصل از تخمین زننده فیلتر ذره‌ای، فیلتر کالمن تعمیم‌یافته و فیلتر کالمن تعمیم هیبریدی و مقایسه عملکرد آن‌ها در بخش پنجم ارائه شده است. در پایان نیز نتیجه‌گیری حاصل از مقاله ارائه شده است.

۲- روش‌های تلفیق اطلاعات و معادلات ناوبری

هدف از تلفیق اطلاعات سیستم ناوبری اینرسی و غیر اینرسی افزایش دقت در ناوبری جسم پرنده است. همان‌طور که پیش‌تر نیز بیان شد، خطای سوار شده در خروجی شتاب‌سنج‌ها و ژيروسکوپ‌های اندازه‌گیر اینرسی، باگذشت زمان به سبب وجود دو انتگرال‌گیر و همچنین فیدبک مثبت جاذبه در فرایند ناوبری، موجب انحراف زیاد جسم پرنده از مسیر نامی خود می‌شود. به همین منظور مسئله‌ای برای کاهش این انحراف ناشی از خطای سوار شده در خروجی شتاب‌سنج‌ها و ژيروسکوپ‌ها با عنوان تلفیق اطلاعات ناوبری اینرسی و غیر اینرسی مطرح است. لذا برای تلفیق اطلاعات INS و GPS روش‌های زیادی ارائه شده‌اند که دو روش کلی آن‌ها عبارت‌اند از تلفیق به روش ضعیف و محکم؛ که در این مقاله از روش تلفیق ضعیف استفاده شده است.

۲-۱- معادلات ناوبری

بیان معادلات ناوبری در دستگاه مختصات جغرافیایی به‌صورت مختصر در مرجع [۲۳] آورده شده است.

با انتخاب $\mathbf{x}(t) = [L \ \lambda \ h \ V_N \ V_E \ V_D \ \phi \ \theta \ \psi]^T$ و $y = [L \ \lambda \ h \ V_N \ V_E \ V_D]^T$ به ترتیب، به عنوان متغیرهای حالت و متغیرهای خروجی، معادلات دینامیکی را می توان به شکل کلی زیر بیان کرد:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{f}(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t)) + \mathbf{w}(t) \quad (۱)$$

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{h}(\mathbf{x}(t)) + \mathbf{v}(t) \quad (۲)$$

که در آن $\mathbf{x}(t) \in R^{n_x}$ ، $\mathbf{y}(t) \in R^{n_y}$ و $\mathbf{u}(t)$ به ترتیب نشان دهنده بردار حالت، بردار اندازه گیری سیستم و ورودی کنترلی هستند. همچنین $\mathbf{w}(k) \in R^{n_w}$ و $\mathbf{v}(k) \in R^{n_v}$ به ترتیب نشان دهنده مقدار نویز فرآیند و نویز اندازه گیری می باشند، $\mathbf{f}$ و $\mathbf{h}$ توابعی غیر خطی از حالت ها و خروجی سیستم هستند. به صورتی که:

$$\mathbf{f}(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t)) = \begin{bmatrix} f_N + V_D \dot{\phi} - V_E (\dot{\lambda} + 2\omega_{ie}) \sin L \\ f_E + (\dot{\lambda} + 2\omega_{ie})(V_N \sin L + V_D \cos L) \\ f_D + g - V_N \dot{\phi} - V_E (\dot{\lambda} + 2\omega_{ie}) \cos L \\ \frac{V_N}{Rm + h} \\ \frac{V_E}{(Rn + h) \cos \phi} \\ -V_D \\ (\omega_y \sin \phi + \omega_z \cos \phi) \tan \theta + \omega_x \\ \omega_y \cos \phi - \omega_z \sin \phi \\ (\omega_y \sin \phi + \omega_z \cos \phi) \sec \theta \end{bmatrix} \quad (۳)$$

معادلات (۶) و (۷) گسسته شده معادلات (۱) و (۲) با زمان نمونه برداری T_s می باشد:

$$\mathbf{x}(k+1) = \mathbf{f}(\mathbf{x}(k), \mathbf{u}(k)) + \mathbf{w}(k) \quad (۴)$$

$$\mathbf{y}(k) = \mathbf{h}(\mathbf{x}(k)) + \mathbf{v}(k) \quad (۵)$$

$$\mathbf{x}(k+1) = \mathbf{f}(\mathbf{x}(k), \mathbf{u}(k)) + \mathbf{w}_k =$$

$$\begin{bmatrix} f_N + x_3(k)x_5(k) - x_2(k)(x_4(k) + 2\omega_{ie})\sin x_7(k) \\ f_E + (x_5(k) + 2\omega_{ie})(x_1(k)\sin x_7(k) + x_3(k)\cos x_7(k)) \\ f_D + g - x_1(k)x_5(k) - x_2(k)(x_4(k) + 2\omega_{ie})\cos x_7(k) \\ \frac{x_1(k)}{Rm+h} \\ \frac{x_2(k)}{(Rn+h)\cos x_7(k)} \\ -x_3(k) \\ (\omega_y \sin x_7(k) + \omega_z \cos x_7(k))\tan x_8(k) + \omega_x \\ \omega_y \cos x_7(k) - \omega_z \sin x_7(k) \\ (\omega_y \sin x_7(k) + \omega_z \cos x_7(k))\sec x_8(k) \end{bmatrix} T_s \quad (6)$$

$$+ \begin{bmatrix} w(1) \\ w(2) \\ w(3) \\ w(4) \\ w(5) \\ w(6) \\ w(7) \\ w(8) \\ w(9) \end{bmatrix} T_s$$

$$\mathbf{y}(k) = \mathbf{h}(\mathbf{x}(k)) + \mathbf{v}(k) = \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \\ x_3(k) \\ x_4(k) \\ x_5(k) \\ x_6(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} v(1) \\ v(2) \\ v(3) \\ v(4) \\ v(5) \\ v(6) \end{bmatrix} \quad (7)$$

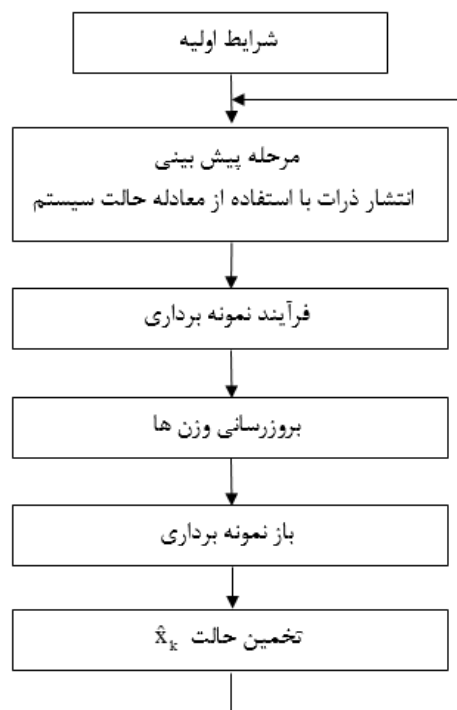
۳- الگوریتم‌های فیلتر ذره‌ای، فیلتر کالمن تعمیم‌یافته زمان گسسته و هیبریدی

مسئله تخمین بهینه برای فرآیندهایی که با مدل‌های غیرخطی بیان می‌شوند، در حالت کلی مسئله پیچیده‌ای است. به‌طوری‌که استفاده از تخمین‌گرهای خطی نظیر فیلتر کالمن تنها در محدوده بسیار کوچکی از عملکردشان نتیجه مطلوبی را به همراه دارند و به‌طور گسترده پاسخ مناسبی نخواهد داشت، لیکن در این موارد به فیلترهای غیرخطی نیازمندیم. در این مقاله به دلیل غیرخطی بودن معادلات حالت سیستم از فیلترهای غیرخطی نظیر فیلتر ذره‌ای، فیلتر کالمن تعمیم‌یافته زمان گسسته و

فیلتر تعمیم‌یافته هیبریدی برای تخمین حالت‌های سیستم استفاده شده است. از طرفی تخمین‌گرهای EKF و HEKF تحت شرایطی که غیرخطی‌گری سیستم شدید باشد، سبب بایاس دار شدن تخمین به‌دست آمده می‌شود؛ که این خطا در بهترین وضعیت باعث کاهش کیفیت عملکرد سیستم و در بدترین وضعیت باعث واگرایی تخمین خواهد شد (الگوریتم دو تخمین گر در مرجع [۲۴] به‌طور کامل آورده شده است). لذا در اینجا برای بهبود عملکرد سیستم از فیلتر ذره‌ای استفاده شده است که الگوریتم آن در ادامه این بخش ارائه می‌شود.

۳-۱- الگوریتم فیلتر ذره‌ای

فیلتر ذره‌ای یک روش کارا برای حل مسئله تخمین در مواجهه با سیستم‌های با نویز غیرگوسی می‌باشد. این روش جز روش‌های آماری مونت کارلو بوده و بر پایه استفاده از قانون اعداد بزرگ است و تابع چگالی احتمال شرطی را به‌صورت مجموع وزن‌یافته تعدادی توابع گسسته تقریب می‌زند. در [۲۵،۲۶] به‌طور کامل در مورد جزئیات ریاضی و همگرایی این فیلتر بحث شده است. در ادامه الگوریتم فیلتر ذره‌ای به‌صورت مختصر در شکل (۱) آورده شده است [۲۴].



شکل ۱- فلوچارت الگوریتم فیلتر ذره‌ای [۲۴].

۴- تحلیل مشاهده‌پذیری

مشاهده‌پذیری یکی از مسائل مهم در تحلیل فضای حالت و تخمین متغیرهای حالت سیستم‌های غیرخطی است؛ بنابراین به دلیل اهمیت این موضوع در این بخش، ابتدا دو روش مبتنی بر تقریب خطی

و مشتقات لی را برای تحلیل مشاهده‌پذیری سیستم‌های غیرخطی بیان می‌کنیم و سپس با استفاده از این دو روش به بررسی مشاهده‌پذیری سیستم غیرخطی (۱) و (۲) می‌پردازیم.

روش مبتنی بر تقریب خطی برای تحلیل مشاهده‌پذیری دینامیک‌های غیرخطی سیستم دینامیکی غیرخطی زیر را در نظر بگیرید:

$$\dot{x}(t) = f(x(t), u(t)) + w(t) \quad (۸)$$

$$y(t) = h(x(t)) + v(t) \quad (۹)$$

که در آن $x(t)$ بردار حالت سیستم، $u(t)$ بردار متغیرهای ورودی و $y(t)$ بردار اندازه‌گیری می‌باشند. باشد n توابع f و h غیرخطی هستند. همچنین بعد بردار حالت فرض می‌شود که

ماتریس مشاهده‌پذیری O برای سیستم (۸) و (۹) را می‌توان به صورت زیر تشکیل داد.

$$O_k = [C_k \quad C_k A_k \quad \dots \quad C_k A_k^{n-1}]^T \quad (۱۰)$$

که در آن:

$$C_k = \frac{\partial h}{\partial x} \bigg|_{x=x_k} \quad A_k = \frac{\partial f}{\partial x} \bigg|_{x=x_k} \quad (۱۱)$$

حال سیستم (۸) و (۹) مشاهده‌پذیر است اگر و تنها اگر رتبه سطری ماتریس مشاهده‌پذیری برابر n باشد [۲۷، ۲۸].

با اعمال روش مبتنی بر تقریب خطی به سیستم (۸) و (۹)، ماتریس مشاهده‌پذیری O در هر گام زمانی یک ماتریس 9×54 می‌باشد که رتبه سطری آن برابر $n = 9$ است لذا سیستم مشاهده‌پذیر حالت می‌باشد.

سادگی محاسبات مزیت اصلی روش مبتنی بر تقریب خطی برای ارزیابی مشاهده‌پذیری دینامیک‌های غیرخطی است. با این حال، این روش برای سیستم‌هایی با عوامل غیرخطی شدید ممکن است منجر به ارائه نتایج نادرستی شود. از این رو، نیاز به یک روش دقیق‌تری وجود دارد که تحت این شرایط نتایج معتبری را ارائه دهد. چنین رویکردی بر اساس مشتقات لی است که برای تحلیل مشاهده‌پذیری سیستم‌های غیرخطی در بخش بعدی ارائه می‌شود.

۴-۱- تحلیل مشاهده پذیری سیستم‌های غیرخطی با استفاده از مشتقات لی

در این بخش به تحلیل مشاهده پذیری سیستم‌های غیرخطی با استفاده از مشتقات لی می‌پردازیم. برای این کار سیستم توصیف شده با معادلات (۸) و (۹) را در نظر می‌گیریم. لذا داریم:

$$\mathbf{O}(x_k) = \frac{\partial L(x)}{\partial x} \quad (12)$$

که در آن

$$\mathbf{L}(x) = \begin{bmatrix} L_f^0 h_1(x_k) \\ \vdots \\ L_f^0 h_m(x_k) \\ L_f^1 h_1(x_k) \\ \vdots \\ L_f^{n-1} h_m(x_k) \end{bmatrix} \quad (13)$$

$\mathbf{O}$ ماتریس مشاهده پذیری در هر گام زمانی k و $L_f^k h$ مشتقات لی مرتبه k تابع h نسبت به میدان برداری f است. اگر ماتریس $\mathbf{O}$ رتبه کامل باشد، یعنی:

$$\text{rank}(\mathbf{O}) = n \quad (14)$$

سپس حالت‌های سیستم (۱۹) به طور محلی مشاهده پذیر است [۲۹،۳۰].

تبصره ۱: با در نظر گرفتن بردار توابع دینامیک حالت و اندازه گیری سیستم توصیف شده با معادلات (۱۹)، به صورت زیر:

$$\mathbf{f} = [f_1(x, u) \ f_2(x, u) \dots f_n(x, u)]^T \quad (15)$$

$$\mathbf{h} = [h_1(x) \ h_2(x) \dots h_m(x)]^T \quad (16)$$

که در آن n و m به ترتیب تعداد متغیرهای حالت و اندازه گیری‌ها هستند. مشتقات لی تابع h نسبت به تابع f توسط رابطه‌ی زیر داده می‌شوند:

$$L_f h = (\nabla h) f = \frac{\partial h}{\partial x} f = \sum_{i=1}^n \frac{\partial h}{\partial x_i} f_i \quad (17)$$

$$L_f^0 h = h \quad L_f^k h = L_f L_f^{k-1} h \quad (18)$$

اکنون روش مبتنی بر مشتقات لی را به سیستم (۸) و (۹) اعمال می‌کنیم. چون مرتبه سیستم $n=9$ است، لازم است مشتقات لی $L_f^k h$ تا مرتبه $k=8$ محاسبه شوند. نتیجه، ماتریس مشاهده‌پذیری O دارای ابعاد 9×54 و یک ژاکوبین به صورت زیر خواهد بود:

$$O = \begin{bmatrix} \frac{L_f^0 h_1}{\partial V_N} & \frac{L_f^0 h_1}{\partial V_E} & \frac{L_f^0 h_1}{\partial V_D} & \frac{L_f^0 h_1}{\partial \varphi} & \frac{L_f^0 h_1}{\partial \lambda} & \frac{L_f^0 h_1}{\partial h} & \frac{L_f^0 h_1}{\partial \phi} & \frac{L_f^0 h_1}{\partial \theta} & \frac{L_f^0 h_1}{\partial \psi} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{L_f^0 h_6}{\partial V_N} & \frac{L_f^0 h_6}{\partial V_E} & \frac{L_f^0 h_6}{\partial V_D} & \frac{L_f^0 h_6}{\partial \varphi} & \frac{L_f^0 h_6}{\partial \lambda} & \frac{L_f^0 h_6}{\partial h} & \frac{L_f^0 h_6}{\partial \phi} & \frac{L_f^0 h_6}{\partial \theta} & \frac{L_f^0 h_6}{\partial \psi} \\ \frac{L_f^1 h_1}{\partial V_N} & \frac{L_f^1 h_1}{\partial V_E} & \frac{L_f^1 h_1}{\partial V_D} & \frac{L_f^1 h_1}{\partial \varphi} & \frac{L_f^1 h_1}{\partial \lambda} & \frac{L_f^1 h_1}{\partial h} & \frac{L_f^1 h_1}{\partial \phi} & \frac{L_f^1 h_1}{\partial \theta} & \frac{L_f^1 h_1}{\partial \psi} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{L_f^1 h_6}{\partial V_N} & \frac{L_f^1 h_6}{\partial V_E} & \frac{L_f^1 h_6}{\partial V_D} & \frac{L_f^1 h_6}{\partial \varphi} & \frac{L_f^1 h_6}{\partial \lambda} & \frac{L_f^1 h_6}{\partial h} & \frac{L_f^1 h_6}{\partial \phi} & \frac{L_f^1 h_6}{\partial \theta} & \frac{L_f^1 h_6}{\partial \psi} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{L_f^8 h_1}{\partial V_N} & \frac{L_f^8 h_1}{\partial V_E} & \frac{L_f^8 h_1}{\partial V_D} & \frac{L_f^8 h_1}{\partial \varphi} & \frac{L_f^8 h_1}{\partial \lambda} & \frac{L_f^8 h_1}{\partial h} & \frac{L_f^8 h_1}{\partial \phi} & \frac{L_f^8 h_1}{\partial \theta} & \frac{L_f^8 h_1}{\partial \psi} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{L_f^8 h_6}{\partial V_N} & \frac{L_f^8 h_6}{\partial V_E} & \frac{L_f^8 h_6}{\partial V_D} & \frac{L_f^8 h_6}{\partial \varphi} & \frac{L_f^8 h_6}{\partial \lambda} & \frac{L_f^8 h_6}{\partial h} & \frac{L_f^8 h_6}{\partial \phi} & \frac{L_f^8 h_6}{\partial \theta} & \frac{L_f^8 h_6}{\partial \psi} \end{bmatrix} \quad (19)$$

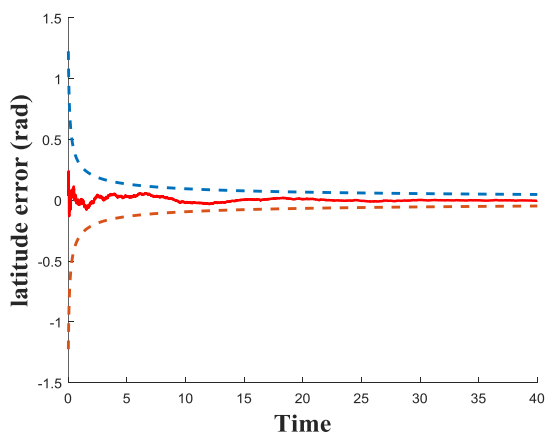
رتبه ماتریس مشاهده‌پذیری O برابر با ۹ است، لذا رتبه آن کامل می‌باشد؛ بنابراین حالت‌های سیستم با معادلات (۸) و (۹) مشاهده‌پذیر حالت خواهند بود.

۵- نتایج شبیه‌سازی

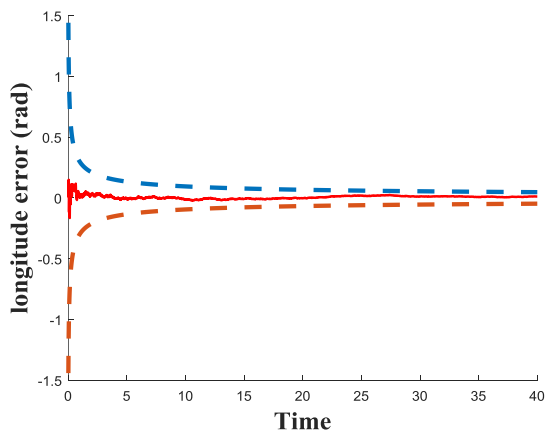
در این قسمت جهت بهبود عملکرد سیستم ناوبری، تلفیق دو سیستم ناوبری اینرسی و غیر اینرسی GPS به کمک تخمین‌گرهای فیلتر ذره‌ای، فیلتر کالمن تعمیم‌یافته و فیلتر کالمن تعمیم‌یافته هیبریدی انجام شده است، همچنین الگوریتم تخمین‌گرها با استفاده از زمان نمونه‌برداری ۱۰۰ عمل می‌کنند. از اندازه‌گیر GPS فقط داده‌های موقعیت و سرعت جسم را در اختیار داریم. در این مقاله داده‌های ورودی واقعی شامل سرعت و موقعیت اندازه‌گیر GPS و خروجی شتاب سنجه‌ها و ژيروسکوپ‌های مربوط به یک پهپاد است که در مرجع [۳۱] آورده شده است. پارامترهای در نظر گرفته‌شده برای تلفیق اطلاعات با استفاده از تخمین‌گرهای بیان‌شده، در جدول (۱) آورده شده است. در ادامه نتایج شبیه‌سازی آورده شده و به تفسیر آن‌ها می‌پردازیم.

جدول ۱- پارامترهای فیلتر برای شبیه‌سازی

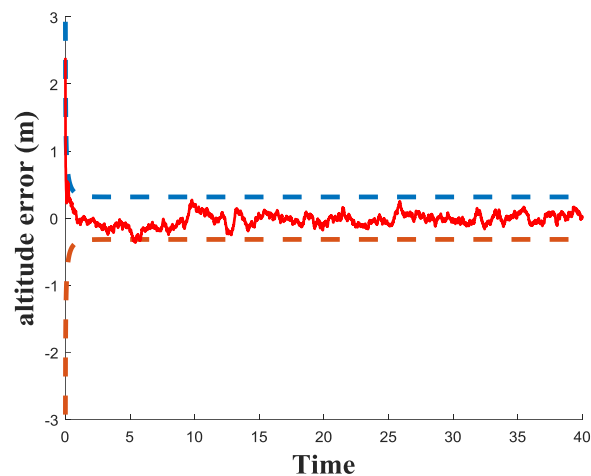
پارامتر	مقدار
زمان نمونه‌برداری	۰.۰۱۰
زمان	۴۰.۰
انحراف معیار خطای شتاب سنج در سه کانال	۰.۰۷۰۷
انحراف معیار خطای ژایروسکوپ در سه کانال	۱۰۰۰/۰
GPS انحراف معیار خطای ارتفاع	۴۰.۰
GPS انحراف معیار خطای طول جغرافیایی	3.14×10^{-4}
GPS انحراف معیار خطای عرض جغرافیایی	3.14×10^{-4}
GPS انحراف معیار سرعت در جهت شمال	۲۰/۰
GPS انحراف معیار سرعت در جهت شرق	۲۰/۰
GPS انحراف معیار سرعت در جهت پایین	۱۲.۶۰/۰



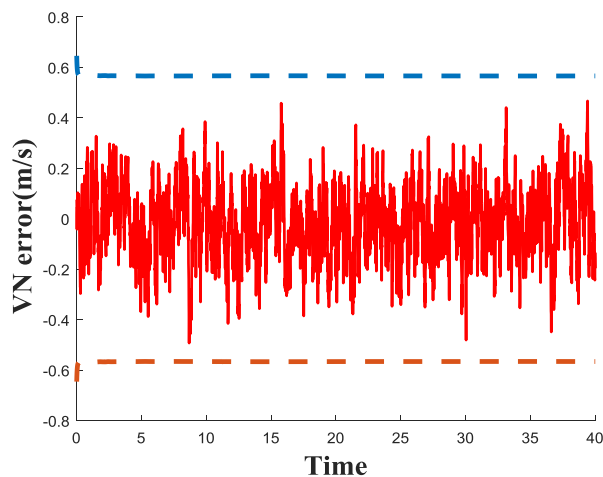
شکل ۲- نتیجه حاصل از تخمین زننده HEKF برای خطای تخمین عرض جغرافیایی به همراه باند $\pm 3\sigma$



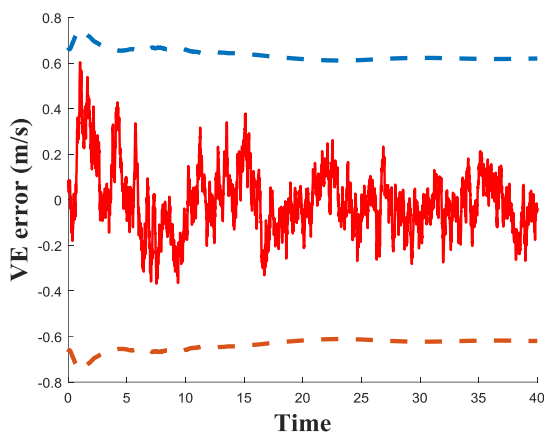
شکل ۳- نتیجه حاصل از تخمین زننده HEKF برای خطای تخمین طول جغرافیایی به همراه باند $\pm 3\sigma$



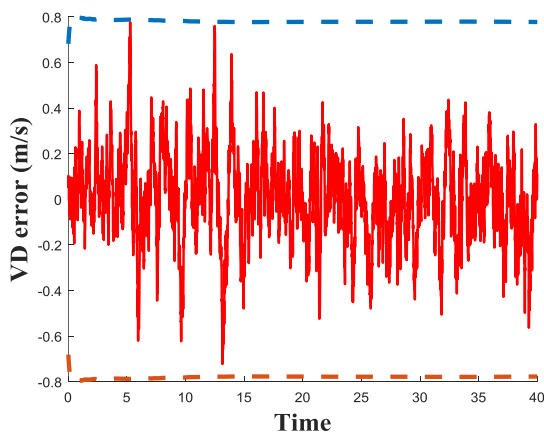
شکل ۴- نتیجه حاصل از تخمین زننده HEKF برای خطای تخمین ارتفاع به همراه باند $\pm 3\sigma$ در شکل‌های ۲ تا ۴ خطای تخمین موقعیت نشان داده شده است. همان‌طور که ملاحظه می‌شود این خطاها در محدوده کوواریانسی $\pm 3\sigma$ قرار گرفته که این نشان‌دهنده عملکرد بسیار خوب این روش تخمین می‌باشد.



شکل ۵- نتیجه حاصل از تخمین زننده HEKF برای خطای تخمین سرعت در راستای شمال به همراه باند $\pm 3\sigma$

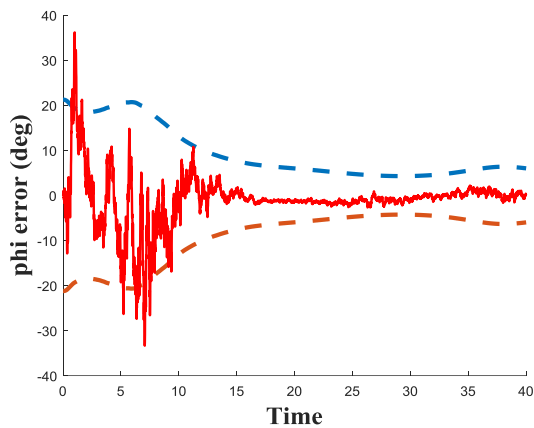


شکل ۶- نتیجه حاصل از تخمین زننده HEKF برای خطای تخمین سرعت در راستای شرق به همراه باند $\pm 3\sigma$

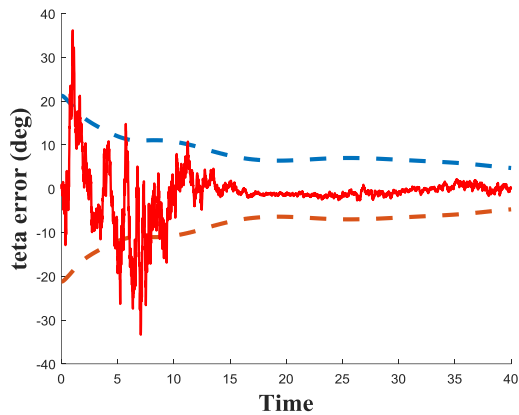


شکل ۷- نتیجه حاصل از تخمین زننده HEKF برای خطای تخمین سرعت در راستای پایین به همراه باند $\pm 3\sigma$

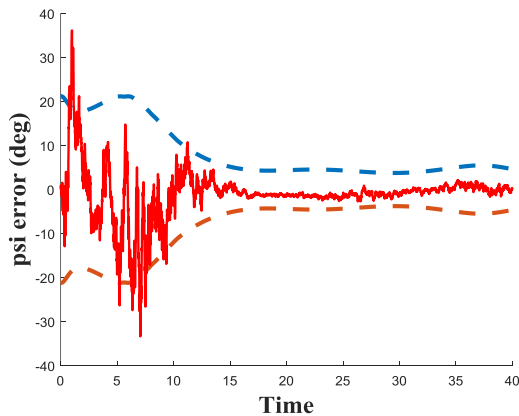
همان‌طور که در شکل‌های ۵ تا ۷ مشاهده می‌شود، خطای تخمین سرعت‌ها در محدوده کوواریانس $\pm 3\sigma$ قرار گرفته است. قرار گرفتن این خطاها در محدوده کوواریانس $\pm 3\sigma$ نشان می‌دهد که تخمین قابل‌قبولی از حالت‌های مربوط به سرعت‌ها در سه کانال داریم؛ که این خطاها نسبت به فیلتر کالمن تعمیم‌یافته کمتر بوده و در حدود 0.8 m/s می‌باشد.



برای خطای تخمین زاویه چرخ به همراه باند $\pm 3\sigma$ HEKF شکل ۸- نتیجه حاصل از تخمین زنده



شکل ۹- نتیجه حاصل از تخمین زنده HEKF برای خطای تخمین زاویه فراز به همراه باند $\pm 3\sigma$



برای خطای تخمین زاویه سمت به همراه باند $\pm 3\sigma$ HEKF شکل ۱۰- نتیجه حاصل از تخمین زنده

در شکل‌های ۸ تا ۱۰ خطای تخمین وضعیت‌ها نشان داده شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود در ابتدای فرایند نوابری تخمین خوبی از زوایا نداریم، اما باگذشت زمان میزان این خطا کمتر شده و به حالت دائمی پایدارتری می‌رسد؛ که این نشان‌دهنده‌ی عملکرد قابل‌قبول این روش تخمین می‌باشد.

همه این نمودارها نیز برای کالمن فیلتر خطی و فیلتر ذره‌ای قابل رسم می‌باشد که برای جلوگیری از حجیم شدن مقاله به صورت جدولی به مقایسه آن‌ها می‌پردازیم؛ بنابراین در جدول (۲)، جذر میانگین مربعات سه روش تخمین آورده شده است.

جدول ۲- مقایسه جذر میانگین مربعات خطا برای ۱۰۰ بار اجرای مونت کارلوی روش تخمین فیلتر ذره‌ای با فیلتر کالمن توسعه یافته و فیلتر کالمن توسعه یافته هیبریدی برای متغیرهای حالت سیستم

RMSE_EKF	RMSE_HEKF	RMSE_PF	
0.0249	0.0218	0.0249	طول جغرافیایی
0.0361	0.0762	0.0253	عرض جغرافیایی
0.0936	0.1159	0.0207	ارتفاع
0.4000	0.1373	0.0734	سرعت در جهت شمال
0.4647	0.1626	0.1404	سرعت در جهت شرق
0.6048	0.1941	0.0810	سرعت در جهت پایین
0.0369	0.1067	0.0870	زاویه رول
0.0386	0.0625	0.0723	زاویه پیچ
0.0779	0.1094	0.0620	زاویه سمت
0.8726	0.3604	0.2236	کلی RMSE

جدول شماره ۳- مقایسه‌ی زمان اجرای فیلتر ذره‌ای، فیلتر کالمن تعمیم یافته هیبریدی و فیلتر کالمن توسعه یافته

PF	HEKF	EKF	
۱۴۲,۵۴۹	۹۸,۲۳۴	۹,۲۳۱	زمان شبیه‌سازی برای ۱۰۰ اجرای مونت کارلو

همان‌طور که در جداول (۲ و ۳) مشاهده می‌شود، هرکدام از روش‌ها در بخش‌هایی نسبت به سایر روش‌ها برتری دارند. مثلاً، مقدار جذر میانگین مربعات خطای تخمین موقعیت و سرعت در روش تخمین فیلتر ذره‌ای بسیار نزدیک با روش HEKF است ولی نسبت به EKF اختلاف قابل توجه‌ای دارند؛ بنابراین دقت روش EKF اصلاً مناسب نیست. از طرفی درست است که دقت روش HEKF از فیلتر ذره‌ای کمی کمتر است ولی این درحالیست که زمان اجرای روش HEKF کمتر از روش فیلتر ذره‌ای است.

۶- نتیجه گیری

در این مقاله تلفیق اطلاعات سیستم ناوبری اینرسی و سیستم موقعیت یابی جهانی با استفاده از فیلترهای کالمن تعمیم یافته هیبریدی، تعمیم یافته زمان گسسته و ذره‌ای ارائه شد. با انجام شبیه سازی مونت کارلو برای یک سناریوی معین، جذر میانگین مربعات خطای حالت‌ها برای سه فیلتر بررسی و مقایسه شد. نتایج حاصل از شبیه سازی نشان داد که

هرکدام از روش‌ها در بخش‌هایی نسبت به سایر روش‌ها برتری دارند. مثلاً، مقدار جذر میانگین مربعات خطای تخمین موقعیت و سرعت در روش تخمین فیلتر ذره‌ای بسیار نزدیک با روش HEKF هستند ولی نسبت به EKF اختلاف قابل توجهی دارند؛ بنابراین دقت روش EKF اصلاً مناسب نیست. همچنین فیلتر کالمن تعمیم یافته هیبریدی برای تخمین موقعیت، سرعت و وضعیت جسم پرنده طراحی شد. نشان داده شد که حجم محاسبات این روش نسبت به فیلتر ذره‌ای کمتر بوده و نسبت به فیلتر کالمن تعمیم یافته زمان گسسته دارای عملکرد بهتری است.

از طرفی زمان اجرای محاسبات برای فیلتر کالمن تعمیم یافته هیبریدی و فیلتر ذره‌ای به ترتیب ۹۸،۲۳۴ و ۱۴۲،۵۴۹ ثانیه است که نشان دهنده برتری روش HEKF نسبت به روش فیلتر ذره‌ای است؛ بنابراین استفاده از الگوریتم HEKF در کاربردهای نظامی می‌تواند دقت مناسبی را فراهم کند. علاوه براین، عملکرد فیلتر ذره‌ای در حضور نویز غیرگوسی بررسی شد و نتایج نشانگر عملکرد بهتر این فیلتر در مقایسه با دو فیلتر دیگر بود. همچنین، مشاهده پذیری مدل فضای حالت سیستم ناوبری تلفیقی با استفاده از دو رویکرد خطی و غیرخطی بررسی و تحلیل شد.

۱۰- منابع و مراجع

- [1]. Titterton, D.H & Weston, J.L. "Strapdown Inertial Navigation Technology", The Institution of Electrical Engineers, 2004.
- [2]. Vikas Kumar N. M.Tech. Dissertation , "Integration Of Inertial Navigation System and Global Positioning System Using Kalman Filtering", PP 3-7 , 2004
- [3]. David, J, "Analysis of an Upgraded GPS Internal Kalman Filter", IEEE AES Systems Magazine. 1996
- [4]. Ismaeel, S.A., "Design of Kalman Filter of Augmenting GPS to INS Systems", Ph.D. Thesis, Computer Engineering Dept., College of Engineering, Al-Nahrain University. ۲۰۰۳
- [5]. Loebis, D., R. Sutton, J. Chudley and W. Naeem, , "Adaptive tuning of a kalman filter via fuzzy logic for an intelligent AUV navigation system", Control Engineering Practice, 12(2004): 1531-1539.
- [6]. Cannon, M.E., "Development and Testing of an Integrated INS/GPS Cross-Linked System for Sub-Meter Positioning of a CF-188 Jet Fighter", Institute of Navigation Annual Meeting / Cambridge / June 1999; 28-30.

- [7]. Wang, B., J. Wang, J. Wu and B. Cai, "Study on Adaptive GPS/INS Integrated Navigation System", IEEE, 2003.
- [8]. Park, M., "Error Analysis and stochastic Modeling of MEMS based Inertial sensors for Land Vehicle Navigation Application", M.Sc Thesis. University of Calgary, Geomatic Engineering Dept, 2004.
- [9]. Bian, H., Z. Jin and W. Tian, "IAE-Adaptive Kalman filter for INS/GPS integrated navigation system", J. of Systems Engineering and Electronics. 2006, 17(3-9):502-508
- [10]. Grejner-Brzezinska, D., Toth, Ch. and Yi, Y., "On Improving Navigation Accuracy of GPS/INS Systems", Photogrammetric Engineering & Remote Sensing, Vol. 71, No.4, 2005, pp. 377-389.
- [11]. Faruqi, F. A., "Non-Linear Mathematical Model for Integrated Global Positioning/Inertial Navigation Systems," Elsevier, Applied Mathematics and Computation, Vol. 115, Issues 2-3, 2000, pp. 191- 212.
- [12]. Faruqi, F. A., "Extended Kalman Filter Synthesis for Integrated Global Positioning/Inertial Navigation Systems" Elsevier, Applied Mathematics and Computation, Vol. 115, Issues, 2-3, 2000, pp. 213-227.
- [13]. Prof. Dr. Ingensand. Hilmar, Kocaman .Sultan, "GPS and INS Integration with Kalman Filtering for Direct Georeferencing of Airborne Imagery, Institute of Geodesy and Photogrammetry", GEODETIC SEMINAR REPORT, PP(2003) 2-7, 12-18.
- [14]. Talebi, H. A. Abdollahi, F. Rajni, V. and Khorasani, K., "Neural Network-Based State Estimation of Nonlinear Systems", Application to Fault Detection and Isolation. Lecture Notes in Control and Information Sciences. 395. Springer(2010).
- [15]. Skaloud J, "Optimizing Georeferencing of Airborne Survey Systems by INS/DGPS", Ph.D. Thesis, The Uni. of Calgary, Dept. of Geomatics Engineering, Calgary, Alberta. 1999.
- [16]. Carvalho, H & Del Moral, P & Monin, A & Salut, G, "Optimal Nonlinear Filtering in GPS/INS Integratio", IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems VOL.33, NO.3. (1997)
- [17]. M. Radojevic, "Underwater vehicle localisation using extended kalman filter" Master, Edinburgh: Heriot-Watt University. 2011.
- [18]. S. J. Julier, et al., "A new approach for filtering nonlinear systems", in Proceedings of the American Control Conference, 1995, pp. 1628-1632.
- [19]. Babak, A., S. Krishnaprasa, "Approximate nonlinear filtering and its application in navigation", Automatica, 41(2005): 945-956.
- [20]. Georgy, Jacques, Umar Iqbal, and Aboelmagd Noureldin. "Quantitative comparison between Kalman filter and Particle filter for low cost INS/GPS integration", Mechatronics and its Applications, 2009. ISMA'09. 6th International Symposium on. IEEE, 2009.
- [21]. Zhou, Junchuan, Stefan Knedlik, and Otmar Loffeld. "INS/GPS tightly-coupled integration using adaptive unscented particle filter", The Journal of Navigation 63.3 (2010): 491-511.
- [22]. Chuang Zhang , Chen Guo, Daheng Zhang, "Ship navigation via GPS/IMU/LOG integration using adaptive fission particle filter", Ocean Engineering 156 (2018) 435–445

- [23]. Jing Li , Ningfang Song, " Improving positioning accuracy of vehicular navigation system during GPS outages utilizing ensemble learning algorithm ", Information Fusion35 (2017) 1–10 .
- [24]. Dan Simon, “Optimal State Estimation kalman, and Nonlinear Approaches”, A John Wiley & Sons, Inc.,Publication2006.
- [25]. S. Piao, "Adaptive Particle Filter based on the Kurtosis of Distribution," 2011.
- [26]. B. Ristic, S. Arulampalam, N. Gordon, “Beyond the Kalman filter: Particle filters for tracking applications”, Artech house Boston, 2004.
- [27]. Pavel Vaclavek, Senior Member, IEEE, Petr Blaha, and Ivo Herman, “AC Drive Observability Analysis”. IEEE TRANSACTIONS ON INDUSTRIAL ELECTRONICS, VOL. 60, NO. 8, AUGUST 2013
- [28]. Alexander Katriniok, Member, IEEE, and Dirk Abel, Member, IEEE, “Adaptive EKF-Based Vehicle State Estimation With Online Assessment of Local Observability”, IEEE TRANSACTIONS ON CONTROL SYSTEMS TECHNOLOGY, VOL. 24, NO. ۴, ۲۰۱۶
- [29]. Rouhani, Alireza, and Ali Abur. "Observability analysis for dynamic state estimation of synchronous machines." IEEE Transactions on Power Systems 32.4 (2017): 3168-3175.
- [30]. G. Wang, C.-C. Liu, N. Bhatt, E. Farantatos, and M. Patel, “Observability of nonlinear power system dynamics using synchrophasor data,” Int. Trans. Elect. Energy Syst., vol. 26, no. 5, pp. 952–967, May 2016.
- [31]. Barton J. D .“Fundamentals of Small Unmanned Aircraft Flight” , Johns Hopkins APL Technical Digest, Volume 31, Number 2 (2012).Website: <http://www.jhuapl.edu/techdigest/TD/td3102/>